



Ziel ETZ | Cíl EÚS
Freistaat Bayern –
Tschechische Republik
Česká republika –
Svobodný stát Bavorsko
2014 – 2020 (INTERREG V)



**Europäische Union
Evropská unie**
Europäischer Fonds für
regionale Entwicklung
Evropský fond pro
regionální rozvoj

Mathematische Begabung: Modellierung, Diagnose, Förderung

Matematické nadání: Modelování, diagnóza, podpora

Output O.A3.3

Publikation zur Förderung mathematischer Begabung

Publikace o podpoře matematického nadání

Kapitel C und G aus:

Tom Köcher, Volker Ulm (Hrsg., 2020): Jak rozpoznať a podpořit matematicky nadané žáky a žákyně – Mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler erkennen und fördern, Mathematik-didaktik im Kontext, Heft 5, ISSN 2568-0331

Tom Köcher

C Konzepte zur Förderung mathematischer Begabung

1 Einleitung

In diesem Abschnitt werden Möglichkeiten zur Förderung mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufen vorgestellt. Dies erfolgt auf der Grundlage eines weit gefassten Begabungsbegriffs und des Verständnisses von mathematischer Begabung aus Kapitel A sowie der Konzepte aus Kapitel B zur Identifikation mathematisch begabter Kinder und Jugendlicher mit einer schulischen Diagnose als Ausgangspunkt. Das *Drehtürmodell* wird dabei als ein Konzept zur Förderung näher betrachtet und durch einen praktischen Erfahrungsbericht über die Umsetzung einer speziellen Form des Drehtürmodells an zwei bayerischen Gymnasien illustriert.

Um begrifflich zu fundieren, worauf Begabtenförderung im Mathematikunterricht abzielt, wurde in Kapitel A der Begriff der mathematischen Begabung geschärft. Diese Definition mit der engen Kopplung des Begriffs mathematischer Begabung an den Kompetenzbegriff der Bildungsstandards und der Lehrpläne stellt den engen Bezug zwischen

Begabtenförderung und Mathematikunterricht heraus. Begabtenförderung bedeutet, Schülerinnen und Schüler bei der Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu unterstützen und ordnet sich damit in die regulären Aufgaben des Mathematikunterrichts ein.

2 Fördermöglichkeiten

Mathematikunterricht ist für alle Schülerinnen und Schüler gleichermaßen da. Aber selbst innerhalb des gegliederten Schulsystems finden sich in den Schulklassen Kinder und Jugendliche mit sehr unterschiedlichen Leistungspotentialen und Begabungen. Dies gilt insbesondere auch in Bezug auf das Fach Mathematik. Zugleich zielt der Mathematikunterricht darauf ab, dass alle Lernenden ihre mathematikbezogenen Potentiale bestmöglich entwickeln. Hier stellt sich also die Frage, wie derartige Ziele in der Unterrichtspraxis angesichts der Diversität der Schülerinnen und Schüler erreicht werden können.

Einen Weg hierfür bilden Differenzierungsmaßnahmen. Schon der Philosoph Johann Friedrich Herbart (1776–1841) merkte diesbezüglich an:

„Die Verschiedenheit der Köpfe ist das größte Hindernis aller Schulbildung. Darauf nicht zu achten, ist der Grundfehler aller Schulgesetze.“

Begabte Schülerinnen und Schüler besuchen, genauso wie alle anderen auch, pro Woche etwa vier Unterrichtsstunden den Mathematikunterricht. Diese Zeit gilt es möglichst optimal zu nutzen. Eine außerunterrichtliche Förderung findet bestenfalls wöchentlich statt und beträgt beispielsweise eineinhalb Zeitstunden, was speziell für Mathematik die Hälfte der Zeit entspricht, die die Lernenden im Unterricht verbringen. Förderangebote außerhalb der regulären Unterrichtszeit sind wünschenswert und unabdingbar, aber in Hinblick auf die dadurch erreichten Schülerinnen und Schüler sowie die aufgewandte Zeit sind diese Maßnahmen doch nur ein Zusatz neben dem regulären Mathematikunterricht; er ist für die Förderung begabter Schülerinnen und Schüler von erheblicher Relevanz. In diesem Sinne soll das Folgende einen Überblick über verschiedene Möglichkeiten geben, den regulären Mathematikunterricht als wesentlichen Ort zur Begabtenförderung zu sehen und entsprechend zu gestalten.

Innere Differenzierung

Ein wesentliches Element schulischer Begabtenförderung stellt innere Differenzierung innerhalb der einzelnen Unterrichtsstunden dar. Dazu werden alltäglich umsetzbare Strategien benötigt, um im Unterricht zeitweise und regelmäßig differenziert zu arbeiten. Offene, binnendifferenzierende Unterrichtsformen ermöglichen es allen Schülern, auf ihrem jeweiligen Fähigkeitsniveau Mathematik zu betreiben, was dann zu einem passgenauen Unterricht für alle führen kann.

Zum Beispiel können je nach Arbeits- und Lerntempo der Schülerinnen und Schüler Aufgabenstellungen differenziert gestellt und entsprechende Hilfestellungen angepasst verteilt, Lernenden Wahlfreiheit bei den Aufgaben gewährt oder offene Aufgaben, welche unterschiedliche Bearbeitungstiefen ermöglichen, eingesetzt werden. Eine Vielzahl solcher methodischen Konzepte für offenen Unterricht finden sich beispielsweise bei Barzel et al. (2018) sowie Leuders und Prediger (2016).

Aufgaben, die Leistungsschwächeren substantielles Lernen ermöglichen und gleichzeitig für begabte Schülerinnen und Schüler Herausforderungen bieten, müssen offen sein. Das heißt, sie sollten eine mathematikhaltige Situation herstellen, die vielfältige Bearbeitungsmöglichkeiten und eine Beschäftigung auf unterschiedlichen Niveaus zulässt. Des Weiteren müssen derartige Aufgaben für alle Schülerinnen und Schüler leicht zugänglich sein, damit auch Leistungsschwächere Ansätze finden und Erfolgserlebnisse haben. Die Einstiegshürde sollte also nicht zu hoch sein. Gleichzeitig müssen Leistungsstärkere entsprechend ihrer Fähigkeiten Mathematik betreiben können. Offene Aufgaben müssen somit alle Schülerinnen und Schüler zum Erkunden einladen und Impulse für mathematisches Denken geben (vgl. Ulm 2009, 100/6).

Ulm und Zehnder (2020) merken zu offenen Aufgaben für Begabtenförderung an, dass diese eine gewisse Reichhaltigkeit und Tiefe besitzen sollten. Mathematische Reichhaltigkeit wird gewährleistet, wenn die durch die Aufgabe angesprochenen mathematischen Inhalte einen gewissen Komplexitätsgrad besitzen, welcher es den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, sich über einen gewissen Zeitraum mit der Thematik zu beschäftigen. Aufgabentiefe bedeutet, dass die Aufgaben auch Begabten genügend Herausforderungen bieten, ihre mathematischen Kompetenzen weiterzuentwickeln.

Über den regulären Unterricht hinaus gibt es zahlreiche zusätzliche Angebote zur Förderung begabter Schülerinnen und Schüler. Sie werden häufig in die zwei Maßnahmenkategorien *Akzeleration* und *Enrichment* eingeteilt.

Enrichment

Die Kategorie des *Enrichment* vereint Fördermaßnahmen, bei welchen sich die Lernenden mit Inhalten befassen, die in ihrem Ausbildungsgang regulär nicht vorgesehen sind. Sie können dabei zusätzliche Themenfelder bearbeiten (*horizontales Enrichment*) oder Lehrplanthemen vertiefen (*vertikales Enrichment*). Enrichmentangebote können vollständig losgelöst vom regulären Unterricht organisiert werden, beispielsweise in Form von

- Wettbewerben,
- Wahlunterricht,
- Arbeitsgemeinschaften,
- Pluskursen,
- Feriencamps,
- Schülerakademien,
- Schülerstudium.

Enrichmentangebote können aber auch vom regulären Unterricht ausgehen. Anhand von Zusatzmaterialien können begabte Schülerinnen und Schüler zum Beispiel Begriffe, welche im Unterricht anschaulich, didaktisch reduziert eingeführt werden, mathematisch exakter erschließen. Thematisch würden sich zum Beispiel die Begriffe der Funktion, des Grenzwerts oder des Vektors anbieten. Zudem gibt es Situationen im Unterricht, bei denen aus pädagogisch-didaktischen Gründen die Präzision eines Beweises oder dessen Umfangs reduziert wird (z. B. Ableitungsregeln, Ableitung der Sinusfunktion, Herleitung von Flächeninhaltsformel und Volumenformeln). Hier könnten begabte Schülerinnen und Schüler Impulse erhalten, um Begründungen aus dem Unterricht zu präzisieren oder zu vervollständigen.

In Übungs- oder Freiarbeitsphasen sowie in Vertretungs- oder Freistunden können sich Interessierte und Begabte mit Impulsen für Enrichment auseinandersetzen und sich auch zu Hause noch darin vertiefen. Inhaltliche Anregungen für mögliche Themen finden sich bei fakultativen Lehrplaninhalten, in älteren Lehrplänen oder auf speziellen Themenseiten von Schulbüchern.

Weitere, vertiefende Anregungen für Enrichment im und in Verbindung mit dem Mathe- matikunterricht geben zum Beispiel Ulm und Zehnder (2020).

Akzeleration

Zudem gibt es die Möglichkeit der *Akzeleration*. Maßnahmen, die eine Verkürzung der Beschäftigungszeit mit einem Thema oder der Verweildauer in der Schule, also eine Beschleunigung des Lernprozesses, mit sich bringen, werden der Akzeleration (lat. acceleratio = Beschleunigung) zugeordnet. Beispiele für solche Maßnahmen wären eine frühere Einschulung, das Überspringen von Jahrgangsstufen oder das Lernen eines Fachs in einer höheren Jahrgangsstufe.

Grouping

Eine besondere Stellung innerhalb der Fördermaßnahmen nimmt das *Grouping*, eine Form der Segregation, ein. Die Einrichtung spezieller Klassen oder Schulen für besonders begabte Kinder und Jugendliche sind zwei Beispiele für solch eine Form der Förderung.

3 Das Drehtürmodell in Deutschland

Der Name *Drehtürmodell* leitet sich vom englischen Begriff des *Revolving Door Model* ab, der durch den amerikanischen Begabungsforschers Joseph R. Renzulli geprägt wurde.

Er bezeichnet die Möglichkeit eines Lernenden, den regulären Unterricht zu verlassen, sich parallel zum Unterrichtsgeschehen mit weiterführenden Themen zu befassen und danach reibungslos wieder zurückgelangen zu können. Es handelt sich also um eine Organisationsform für Differenzierung während der regulären Unterrichtszeit.

Das Drehtürmodell kann sowohl für *Akzeleration* als auch *Enrichment* genutzt werden; es gibt hier vielfältige Realisierungsmöglichkeiten. Wird ein Drehtürmodell zum Beispiel für ein Schülerstudium, zum doppelten Sprachenlernen oder für partielle Teilnahme an Unterricht in höheren Jahrgangsstufen angeboten, so verschwimmen die Grenzen zwischen Akzeleration und Enrichment. Zum einen werden die regulären, durch den Lehrplan vorgegebenen Lernangebote angereichert; zum anderen wird die Zeit, in der sich die Schülerinnen und Schüler im Unterricht mit den regulären Lerninhalten beschäftigen, verkürzt. Im am Ende dieses Kapitels beschriebenen Beispiel entfiel für die Lernenden eine reguläre Mathematikstunde pro Woche (Akzeleration). Während dieser Zeit konnten sie sich mit zusätzlichen Lerninhalten (Enrichment) beschäftigen.

Das Drehtürmodell, so wie es in Deutschland umgesetzt wird, geht, wie schon oben ange deutet, auf das *Triad Enrichment Model*, später auch metaphorisch *Revolving Door Model* genannt, von Joseph R. Renzulli zurück (vgl. Renzulli et al. 2001). Das Grundprinzip ist, dass begabte Schülerinnen und Schüler den regulären Unterricht verlassen und sich anderen Orts mit weiterführenden Themen beschäftigen (vgl. Greiten 2016b, S. 32). Bei der Einrichtung dieses Konzepts in Deutschland entstanden im Zuge von Schulentwicklungsprozessen je nach Zielsetzung der jeweiligen Schule individuelle, variierende Ausprägungen des Drehtürmodells. Über die große Vielfalt der bislang vorhandenen Umsetzungsmöglichkeiten des Drehtürmodells an verschiedenen Schularten in Deutschland gibt

Greiten (2016a) einen Überblick. Diese Veröffentlichung liefert eine Zusammenschau der an den Schulen umgesetzten Drehtürmodelle, schlägt eine Typenbildung anhand einer Fragebogenstudie vor, geht auf Schulentwicklungsprozesse ein und lässt in Erfahrungsberichten beteiligte Schülerinnen, Schüler und Lehrkräfte zu Wort kommen.

4 Chancen des Drehtürmodells in Deutschland

Schule muss gemäß dem Prinzip der personorientierten Begabungsförderung nach Weigand et al. (2014) ihren Schülerinnen und Schülern eine ihren individuellen Potentiale entsprechende Bildung ermöglichen. Dagegen äußerte sich auch der ehemalige Kultusminister Dr. Ludwig Spaenle auf der Internetseite des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus:

Die Förderung des einzelnen Schülers ist die Antwort auf eine gestiegene Heterogenität der Schülerschaft im Hinblick auf Vorwissen, Herkunft und Bildungsbeteiligung. Dabei steht der junge Mensch in seiner ganzen Individualität im Mittelpunkt – und nicht das Prinzip einer Einheitsschule für alle. [...] Für alle das Gleiche ist keine Lösung für die Zukunft der Schülerinnen und Schüler im 21. Jahrhundert. (Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus o. J.)

Solch einen geforderten, differenzierenden Unterricht im Klassenraum zu realisieren, ist nicht immer einfach und kann mitunter auch zu einer Überforderung der Lehrkraft führen. Hier kann das Drehtürmodell eine große Hilfe sein. Durch das Nutzen neuer Räume und die dadurch entstandene Veränderung und Ausweitung des Lernortes, kann die Lehrkraft entlastet werden.

Die Schwierigkeit, dass bei diesem Modell ggf. zusätzliche Arbeitszeit von Lehrkräften notwendig ist, um die Schüler zu beaufsichtigen, anzuleiten und Hilfestellungen zu geben, ist schulorganisatorisch zu berücksichtigen. Insbesondere zu Beginn einer solchen Maßnahme benötigen mit der Methode noch unerfahrene Kinder und Jugendliche Begleitung und Anleitung. Strategien im Umgang mit offenen Aufgabenformaten, größeren Bearbeitungsfreiheiten, komplexeren und schwierigeren Aufgaben sowie die Informationsbeschaffung müssen erlernt werden. Die Schule ist hier gefordert, die verfügbaren personnelten Ressourcen entsprechend ihren Zielen im Bereich der Begabtenförderung einzusetzen.

Zudem ist denkbar, dass man mit begabten Schülerinnen und Schülern Ablauf, Ort und Aufgabenstellung für ein Drehtürmodell vereinbart und diese dann mit einem hohen Maß an Selbstbestimmung und Eigenverantwortung auch ohne permanente körperliche Präsenz einer Lehrkraft ihre fachlichen Kompetenzen und Interessen erweitern und vertiefen.

5 Erfahrungsbericht zu einem mathematischen Förderprojekt mit einem Drehtürmodell

Die Universität Bayreuth hat während des ersten Schulhalbjahres 2018/2019 in Kooperation mit zwei Gymnasien ein Förderprogramm für mathematisch begabte und interessierte Schülerinnen und Schüler durchgeführt. Bei diesem Projekt konnten Schülerinnen und Schüler eine Stunde des Mathematikunterrichts pro Woche verlassen, um sich, im Sinne von Enrichment, während dieser Zeit mit weiterführenden mathematischen Themen zu beschäftigen.

Für die Beschäftigungszeit wurden seitens der Schulen ein freier Computerraum, ein Klassenzimmer bzw. die Schulbibliothek zur Verfügung gestellt. Betreut wurden die Kinder bzw. Jugendlichen während dieser Zeit von einem Mitarbeiter der Universität, welcher helfend und beratend zur Seite stand und mathematische Themen aufbereitet zur Verfügung gestellt hat, sodass die Schülerinnen und Schüler sich sowohl mit vorgegebenen, als auch mit selbst gewählten Themen befassen konnten.

Die Auswahl der Kinder und Jugendlichen orientierte sich dabei – wie in Kapitel B vorgestellt – an einem sehr offen gehaltenen Verfahren, welches es grundsätzlich allen Schülerinnen und Schülern ermöglichte, an dem Projekt teilzunehmen, um nicht eventuell Schülerinnen und Schüler, deren Begabungen noch nicht erkannt sind, auszuschließen. Vor Beginn des Projekts wurden dazu Gespräche mit der Schulleitung sowie interessierten Lehrkräften geführt. Dabei wurden u. a. typische Merkmale mathematisch besonders begabter Schülerinnen und Schüler, wie z. B. Leistung, Kreativität, originelle Unterrichtsbeiträge, ungewöhnliche Lösungswege, Interesse, sowie das Phänomen der Prozesshaftigkeit von Begabung (vgl. Kapitel A) angesprochen.

Auf der Basis dieses weiten Begabungsverständnisses erfolgte die Nomination ähnlich wie bei Käpnick (1998). Die Lehrkräfte schlügen geeignete Heranwachsende für das Projekt vor. Schon diese Überlegungen seitens der Lehrkräfte stellen eine erste, grobe Diagnose dar und sind dadurch Wegbereiter einer begabungsfördernden Unterrichtsgestaltung. Anschließend stellten die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer das Projekt in den Klassen vor. Daraufhin konnten sich entsprechend der bei Heller (2000) dargestellten *sukzessiven Identifikationsstrategie zur Förderung besonders befähigter Gymnasialschüler/innen* die Schülerinnen und Schüler selbst nominieren oder Mitschüler, die sie

für geeignet hielten, vorschlagen (vgl. Heller 2000, S. 251–253). Erwähnenswert ist, dass die Schülernominierungen nahezu identisch mit den Lehrernominierungen ausgefallen sind. Die Teilnehmer hatten das Recht, jederzeit das Projekt wieder zu verlassen. Dadurch war die Hemmschwelle auf Seiten der Schülerinnen und Schüler nicht allzu hoch.

Schließlich erhielten die Eltern der jeweiligen Schülerinnen und Schüler ein Schreiben (siehe Abb. 1), in welchem sie über das Projekt und die Teilnahmeabsicht ihres Kindes informiert wurden. Im hier beschriebenen Fall erteilten alle Eltern ihr Einverständnis zur Teilnahme ihres Kindes.

Schlussendlich haben das Projekt insgesamt 18 Schülerinnen und Schüler aus sieben Klassen der 6., 8., 9. und 10. Jahrgangsstufe im Juni 2018 aufgenommen, von denen sieben Mädchen und elf Buben waren. Zwei Schülerinnen nahmen erst nach persönlicher Ansprache durch die Lehrkraft teil, bei den weiteren Teilnehmern deckten sich die

Selbstnominierungen mit den Lehrernominierungen. Zum Ende des Projekts hin nahmen noch 14 Schülerinnen und Schüler die Förderung aktiv wahr. Zwei Schülerinnen konnten nach der zweimonatigen Testphase des Projekts (im Juni und Juli 2018) im darauffolgenden Schuljahr 2018/19 aufgrund ihres Stundenplans nicht mehr teilnehmen, zwei weitere Schülerinnen haben das Projekt aus persönlichen Entscheidungen heraus vorzeitig beendet.

Mit den Teilnehmern wurde ein Lehrer-Schüler-Vertrag (siehe Abb. 2) geschlossen, in welchem die Rechte und Pflichten aller Vertragspartner festgehalten sind. Dazu zählten zum Beispiel, mit Erlaubnis der Lehrkraft eine fest gewählte Unterrichtsstunde über ein Halbjahr hinweg verlassen zu können, die Möglichkeit der sofortigen Beendigung des Projekts, die Erledigung von Hausaufgaben sowie das Nacharbeiten neuer Inhalte der entfallenen Unterrichtsstunden.

Angebot zur Förderung interessierter und begabter Schüler im Fach Mathematik

Sehr geehrte Eltern und Erziehungsberechtigte,

Unterricht soll auf die individuellen Bedürfnisse der Schüler eingehen und sie entsprechend ihrer Potentiale fördern. Um das zu erreichen, ist es unter anderem notwendig, potentiell besonders leistungsstarke, begabte und interessierte Schüler angemessen zu fördern.

Der Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik der Universität Bayreuth beschäftigt sich daher mit der Förderung mathematisch besonders interessierter und begabter Schüler.

Im Rahmen dieses Themenfeldes können wir Ihrem Kind für das erste Halbjahr im Schuljahr 2018/2019 das sog. *Drehtürmodell* anbieten, welches nachfolgend kurz erläutert sei.

Vorhaben

Ihrem Kind wird angeboten, speziell vom Mathematiklehrer ausgewiesene Mathematikstunden zu verlassen, um sich gemeinsam mit anderen Schülern verschiedener Klassen und Jahrgangsstufen, welche dieses Angebot ebenfalls wahrnehmen, oder auch allein einem weiterführenden mathematischen Thema zu widmen.

Dies kann pro Woche eine Unterrichtsstunde Mathematik betreffen und je nach gewähltem Thema der Schüler mehrere Wochen in Anspruch nehmen. Den Schülern werden Themenvorschläge unterbreitet, welche über den regulären Lehrplan hinausgehen und keinesfalls künftige Lehrplaninhalte vorwegnehmen. Die Schüler können sich aber gern auch mit eigenen Vorschlägen für ein größeres Projektthema einbringen.

Des Weiteren kann mit dem jeweiligen Mathematiklehrer der betreffenden Klasse individuell die Würdigung der Arbeit Ihres Kindes vereinbart werden. Hierbei bieten sich verschiedene Möglichkeiten an, z.B. die Präsentation vor der Klasse mit oder ohne mündlicher Note sowie mit oder ohne Wegfall eines kleinen Leistungsnachweises des regulären Unterrichts. Möglich wären aber auch eine Präsentation im Rahmen des Tags der offenen Tür oder ein Beitrag im Jahresbericht oder der Schülerzeitung.

Herr Köcher von der Universität Bayreuth sowie der Mathematiklehrer Ihres Kindes stehen als Ansprechpartner zur Verfügung. Die Projektstunden werden von Herrn Köcher betreut.

Ihr Kind verpflichtet sich dadurch aber, auch weiterhin die Hausaufgaben des regulären Mathematikunterrichts zu erledigen und gegebenenfalls Hefteinträge zu einem neuen Themengebiet nachzuarbeiten.

Ziele

Das Projekt ist sowohl für die Unterrichtspraxis an Gymnasien als auch für die Forschung in der Didaktik der Mathematik von besonderem Interesse. Es soll dabei überprüft werden, inwieweit mathematisch begabte und interessierte Schüler durch das Drehtürmodell gefördert werden können. Sehr positive Erfahrungen liegen dazu bereits in anderen Bundesländern vor.

Begleitend sind Interviews mit den teilnehmenden Schülern und Lehrkräften und gegebenenfalls mit interessierten Eltern geplant. Dabei würde Ihr Kind Fragen hinsichtlich des wahrgenommenen Angebots gestellt bekommen und seine eigenen Erfahrungen innerhalb dieses Projekts äußern können. Dazu ergeht aber zu gegebener Zeit noch ein gesonderter Hinweis mit der Abfrage Ihrer Einverständniserklärung.

Strenghaltung vertraulicher Umgang mit den Daten

Die Befragung erfolgt in pseudonymer Form. Die erhobenen Daten werden streng vertraulich behandelt und lediglich zur Beantwortung der obigen wissenschaftlichen Fragestellung im Rahmen der Untersuchung genutzt.

Im Anschluss an die Auswertung ist eine Veröffentlichung der Ergebnisse vorgesehen, ohne dass dadurch Rückschlüsse auf Beteiligte gezogen werden können. Danach werden die erhobenen Daten, d. h. die Transkriptionen der Interviews, vernichtet.

Falls in einer wissenschaftlichen Veröffentlichung auf Ergebnisse Ihres Kindes verwiesen wird, erfolgt dies in einer Form, die keine Rückschlüsse auf Ihr Kind zulässt.

Teilnahme

Die Teilnahme an diesem Angebot zur Begabtenförderung ist freiwillig. Sie kann von Schüler-, Lehrer- und Elternseite auch ohne Angabe von Gründen jederzeit beendet werden.

Wenn Sie mit der Teilnahme Ihres Kindes an dem Projekt einverstanden sind, sollte Ihr Kind bitte die beiliegende Einwilligungserklärung unterschrieben bei seiner Mathematiklehrkraft abgeben.

Wir möchten uns an dieser Stelle bei Ihnen für die Unterstützung des Projektes und für Ihr Vertrauen ausdrücklich bedanken. Damit helfen Sie uns entscheidend, Schule noch besser zu machen und Ihr Kind ganz individuell gemäß seinen Interessen und Begabungen zu fördern.

Mit bestem Dank und freundlichen Grüßen

Einwilligungserklärung

Vom Informationsschreiben der Universität Bayreuth zur Durchführung eines Projekts zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Schüler („Drehtürmodell“) haben wir / habe ich Kenntnis genommen.

Mit der Teilnahme meines Kindes an dem Projekt erklären wir uns / erkläre ich mich einverstanden.

Name, Vorname (Kind):

Klasse:

Name, Vorname (eines Erziehungsberechtigten):

Datum:

Unterschrift (eines Erziehungsberechtigten):

Hinweis

Die Teilnahme an der Erhebung im Rahmen des Projekts (v. a. Interviews mit Schülern) ist freiwillig. Bei Nichtteilnahme entstehen keine Nachteile. Eine bereits erfolgte Einwilligung kann jederzeit ohne Angabe von Gründen widerrufen werden. Dies kann formlos in schriftlicher Weise per Post, per Fax oder per E-Mail erfolgen. Die Kontaktinformationen hierfür lauten:

Tom Köcher
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universität Bayreuth
Universitätsstraße 30
95447 Bayreuth
Telefax: (0921) 55 21 61
E-Mail: tom.koecher@uni-bayreuth.de

Abb. 1: Elterninformationsschreiben

Vereinbarung für das Drehtürmodell im Fach Mathematik

im Schuljahr xxx

1. Die Schülerin/Der Schüler xxx erhält die Erlaubnis nach Absprache mit der jeweiligen Fachlehrkraft die Mathematikstunde am xxx in der x. Stunde wöchentlich zu verlassen. Einzelne Termine können durch die Lehrkraft abgesagt werden.
2. Innerhalb dieser Stunde darf sich die Schülerin/ der Schüler gemäß seinen Interessen mit einem weiterführenden mathematischen Projekt, welches über den Lehrplan hinausgeht und mit der jeweilig zuständigen Lehrkraft abgestimmt wird, befassen.
3. Der Schüler verpflichtet sich, versäumte neue Unterrichtsinhalte selbstständig nachzuholen, ggf. Hefteinträge (kein Abschreiben von Übungsaufgaben notwendig) nachzutragen und weiterhin die Hausaufgaben zu erledigen.
4. Die Schülerin/Der Schüler trifft sich mit seiner/m Mathematiklehrerin/Mathematiklehrer alle x Wochen, um sich über den Fortschritt des Projekts auszutauschen.
5. Die Schülerin/Der Schüler führt ein Mitteilungsheft/Betreuungsbogen/... indem die Projektstunden aufgeführt und der Fortschritt dargelegt wird, welches der Lehrkraft regelmäßig nach individueller Vereinbarung überreicht wird.
6. Am Ende des Schulhalbjahres (*oder anderer Zeitraum*) stellt die Schülerin/der Schüler der Klasse (*oder in einem anderen Rahmen*) in einem etwa x minütigen Kurzvortrag vor, welche Projekte/Inhalte bearbeitet und welche Lösungen gefunden wurden.
7. Ein Ausstieg aus dieser Vereinbarung ist jederzeit durch die Schulleitung, die Lehrkraft, die Erziehungsberechtigten und der/dem Schülerin/Schüler ohne Konsequenzen und ohne Angabe von Gründen möglich.

XXX, den _____

Schülerin/Schüler _____

Lehrkraft _____

Erziehungsberechtigte(r) _____

Schulleitung _____

Abb. 2: Lehrer-Schüler-Vertrag

Die einzelnen Punkte des Lehrer-Schüler-Vertrages aus Abb. 2 werden nun noch genauer erklärt, um nachvollziehbar aufzuzeigen, wie eine solche Organisation gelingen kann und welche weiteren Varianten es gibt, um ein ähnliches Projekt an die jeweiligen Gegebenheiten einer Schule anzupassen.

Zu Punkt eins in Abb. 2 wurde im konkreten Fall eine Unterrichtsstunde pro Woche ausgewählt, bei welcher möglichst viele Klassen parallel Mathematikunterricht hatten. So

konnten möglichst viele Interessierte an dem Projekt teilnehmen.

Denkbar wäre bei diesem Punkt aber auch, ganz individuelle Absprachen zwischen einer Lehrkraft und ihren Schülerinnen bzw. Schülern zuzulassen, sodass jede Lehrkraft relativ spontan ihren Kindern und Jugendlichen – zum Beispiel in Übungsstunden – anbieten kann, den Klassenverband zu verlassen und sich einem weiterführenden Vorhaben im Drehtürmodell zu widmen. Dabei ist

natürlich je nach Reife der Schülerinnen und Schüler zu entscheiden, ob diese sich mit einem klaren Auftrag an einem anderen Lernort beschäftigen können. Gegebenenfalls könnte zu Öffnungszeiten der Schulbibliothek die jeweilige Aufsicht auch Schüler im Drehtürmodell beaufsichtigen. Eine weitere Alternative wäre, dass eine Mathematiklehrkraft für ein solches Projekt ein gewisses Stundenbudget zugeschrieben bekommt, um zu gewissen Zeiten in der Woche die Lernenden zu beaufsichtigen und sie bei Bedarf auch fachlich zu unterstützen.

Zum zweiten Punkt im Lehrer-Schüler-Vertrag sind am Ende dieses Kapitels C drei Beispiele für Themenblätter vorgestellt, welche sich für horizontales oder vertikales Enrichment anbieten. Zudem wurden im vorliegenden Fall aber auch Themen von den Schülerinnen und Schülern selbst vorgeschlagen.

Viele der im Projekt bearbeiteten Themen ermöglichen eine Bearbeitung auf verschiedenen Niveaustufen und somit auch in verschiedenen Jahrgangsstufen. Dadurch konnten die Schülerinnen und Schüler frei wählen, womit sie sich befassen wollten. Je nach Thema ergaben sich Kurzprojekte für ein bis zwei Stunden – wie Symbolrätsel, mathematische Kartentricks, Spieltheorie – oder aber auch größere Zeitintervalle, in denen sich die Schülerinnen und Schüler mit Themen wie komplexe Zahlen, Folgen und Reihen, Zahlentheorie, Mathematik und Kunst oder Zahlsystemen beschäftigten. Für das Projekt selbst wurden dazu eigene Aufgaben erstellt, aber auch auf die Fülle von schon bereits vorhanden Fördermaterialien zurückgegriffen.

Zu den am Ende dieses Kapitels C vorgestellten drei Beispielaufgaben lassen sich folgende Erfahrungen berichten: Gerade Symbolrätsel erfreuten Schülerinnen und Schüler über alle Jahrgangsstufen hinweg. Mathematik und Kunst wurde von Mädchen häufig ausgewählt. Das Thema MathCityMap wurde in diesem Halbjahresprojekt von keiner

Schülerin und keinem Schüler gewählt, bietet aber trotzdem viel Potential für eine ausdauernde und breite Beschäftigung mit Mathematik.

Von den Schülerinnen und Schülern selbst wurden zum Beispiel die Themen komplexe Zahlen, Taylorreihen, Kryptographie oder Gewinnstrategie-Ermittlung bei diversen Legespielen vorgeschlagen und bearbeitet.

Weitere Möglichkeiten für Themen, die auf dem Lehrplan aufbauen, aber keinen Stoff vorwegnehmen und zum Erforschen und Entdecken einladen, wären zum Beispiel:

- Vorstoß in die vierte Dimension – der Hyperwürfel
- Mandelbrotmenge und Juliamengen
- Zahnräder im Mathematikunterricht
- Diophantische Gleichungen mit Stammbrüchen
- Verlust einer Dimension – die Zentralperspektive
- ...

Zur Förderung mathematisch begabter und interessierter Schülerinnen und Schüler finden sich vielfältige Sammlungen von Aufgaben, welche über den Lehrplan hinausgehen, aber mit Schulmathematik erschließbar sind, in eigens hierfür konzipierten Büchern, auf Themenseiten von Schulbüchern und im Internet. Beispielhaft seien das an der Universität Regensburg konzipierte Buch *Quod erat knobelandum* von Löh et al. (2016), die im Rahmen eines „Begabtenkurses für mathematisch interessierte SchülerInnen“ entstandene Aufgabensammlung der Universität Siegen unter <https://www.uni-siegen.de/fb6/fb6/schueler/begabte.html> und die Website Lehrer-Online mit Materialien zu *Begabte fördern: Mathematik* unter <https://www.lehrer-online.de/fokus-themen/dossier/do/begabte-foerdern-mathematik/> erwähnt.

Im Punkt drei des Lehrer-Schüler-Vertrags wurde festgehalten, welche Pflichten ein Teilnehmer bzw. eine Teilnehmerin weiterhin zu erfüllen hat. Im konkreten Fall wurde vereinbart, dass die Hausaufgaben stets zu erledigen waren, auch wenn die zugehörige Unterrichtsstunde aufgrund des Drehtürmodells nicht besucht wurde. Hefteinträge mussten ebenso nachgeholt werden. Sollten allerdings keine neuen Themen eingeführt worden sein, so mussten die Übungsaufgaben nicht abgeschrieben werden.

Die betreuenden Lehrkräfte gaben an, dass sie keinerlei Probleme bei ihren Schülerinnen und Schülern feststellen konnten, dem Unterrichtsgeschehen weiterhin zu folgen. Außerdem ergaben sich aufgrund einer vorrausschauenden Schulaufgaben- sowie Stegreifaufgabenkonzeption keine wesentlichen Beeinträchtigungen bei der Verlaufsplanung seitens der Lehrerinnen und Lehrer.

Punkt vier war aufgrund der ständigen Betreuung durch den wissenschaftlichen Mitarbeiter der Universität Bayreuth sichergestellt. Bei einer schulinternen Umsetzung des Projekts ist hier abzustimmen, je nachdem, ob die Schülerinnen und Schüler von einer Lehrkraft betreut werden, inwieweit der Fortschritt dokumentiert und vorgelegt werden muss.

Bei den Punkten fünf und sechs auf der Liste könnte den Schülerinnen und Schülern Wahlfreiheit gewährt werden. In welcher Form sie ihre Ergebnisse dokumentieren und präsentieren und in welcher Art und Weise eine Würdigung erfolgt, kann mit den Kindern und Jugendlichen individuell besprochen werden. Denkbar wären hier beispielsweise ein Kurzreferat in der Klasse, ein Plakat für das Schulgebäude bzw. das Klassenzimmer oder das Erstellen eines „Portfolios“. Bei allen diesen Optionen besteht auch die Möglichkeit, diese in Absprache mit allen Beteiligten zu bewerten. Diese Benotung

kann dann zum Beispiel einen anderen Leistungsnachweis ersetzen oder die regulären Leistungserhebungen ergänzen.

Der letzte Punkt im Lehrer-Schüler Vertrag war in diesem Projekt ein äußerst gewinnbringender, denn dadurch konnte die Hemmschwelle für die Schülerinnen und Schüler gesenkt werden, an dem neuartigen Projekt teilzunehmen. Laut Aussagen bei abschließenden Interviews haben einige Schülerinnen und Schüler aus Neugier und Interesse teilgenommen, da sie notfalls jederzeit wieder aufhören konnten, falls es ihnen nicht gefällt oder andere Gründe auftreten sollten. Wie oben schon erwähnt, nutzten aber nur zwei Mädchen diese Möglichkeit und stiegen nach drei Wochen wieder aus dem Projekt aus, da sie sich laut eigenen Aussagen unwohl fühlten, regulären Unterricht zu versäumen.

Während der Förderstunden wurde den Heranwachsenden die Wahl der Sozialform freigestellt, wodurch sich Gruppen- als auch Einzelarbeiten ergaben. Durch die klassen- und jahrgangsstufenübergreifende, kooperative Lernsituation konnten die Schülerinnen und Schüler, die von Bardy (2013) geforderten Erfahrungen sammeln: „Konstruktive Erfahrungen in einer anregenden sachlichen Auseinandersetzung mit der Welt, dem Durchhalten gegen Widrigkeiten, aber auch in der Erkenntnis, dass sie nicht allein sind und dass andere ähnlich denken, sprechen und fühlen.“ (Bardy 2013, S. 112).

Zu bisherigen Ergebnissen der Auswertung des Projekts lässt sich Folgendes berichten: Auf Basis der vorangegangenen Pilotierungsphase von zwei Monaten im zweiten Halbjahr des Schuljahres 2017/2018 erfolgte eine Fokussierung auf die drei Kategorien Organisation, Emotion sowie Motivation. Mit Hilfe von leitfadengestützten Interviews und teilnehmender Beobachtung sollte herausgefunden werden, wie solch ein Projekt an bayrischen Gymnasien unter verschiedensten

Bedingungen, auch schulintern, ohne Kooperation mit einer Universität gelingen kann.

Die Schülerinnen und Schüler äußerten nach der Pilotierung, dass sie viel Freude während des Projekts und des dortigen Mathematiktreibens empfanden. Sie gaben aber auch an, dass sie sich im regulären Mathematikunterricht vor Beginn der Pilotierung häufig langweilten. Von daher untersucht die wissenschaftliche Studie Auswirkungen auf die Emotionen Freude und Langeweile bei einer Teilnahme über ein Halbjahr hinweg. Weiterhin werden die Teilnehmerinnen und Teilnehmer bezüglich ihrer Motivation und den nach der *Selbstbestimmungstheorie* von Deci und Ryan postulierten motivationsbedingenden Faktoren (Erleben von Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit) befragt.

Erste allgemeine Erkenntnisse liegen bereits vor. Zum einen stellten sich weder Verschlechterungen im Notenbild der Teilnehmer ein, noch wurde das Projekt und das damit verbundene selbstständige Nacharbeiten von Unterricht als große Zusatzbelastung empfunden. Die positive Rückmeldung im Laufe des Projektes und die Freude, mit der die Teilnehmer sich mit den Themen beschäftigten, bestärkt diesen Eindruck.

Des Weiteren deutet die regelmäßige Teilnahme darauf hin, dass die Lehrernominierungen wohlüberlegt waren. Es kann daraus geschlossen werden, dass in dem Fallbeispiel die Lehrerinnen und Lehrer ihre Klassen

passend einschätzten und interessierte und begabte Schülerinnen und Schüler erkennen konnten.

Außerdem wurde von den Schülerinnen und Schülern positiv geäußert, dass das Förderangebot während der Schulzeit wahrgenommen werden kann und dadurch keine Freizeit zusätzlich benötigt wird.

Genauere Aufschlüsse zu den einzelnen Themen werden die Analyse der Interviewdokumente mittels qualitativer Inhaltsanalyse und der Einbezug der teilnehmenden Beobachtungen ergeben.

Abschließend kann aus den Erfahrungen und den geäußerten positiven Rückmeldungen geschlossen werden, dass das Angebot sehr gut seitens der Lernenden und der Schulen angenommen wurde. In Hinblick auf den gewährten Freiraum beim Lernen sowie die Möglichkeit, eigenen Interessen nachzugehen und Neues zu entdecken, gab es durchweg positive Resonanz. Zugleich traten keine negativen Begleiterscheinungen, wie ein sich verschlechterndes Notenbild oder Überforderung und Stress, auf. Dies deutet darauf hin, dass die Übertragung von Verantwortung und das damit verbundene, in gewissem Maße selbstorganisierte Lernen sinnvolle Wege zur Förderung vielfältiger fachlicher und überfachlicher Kompetenzen darstellen. Dem Ziel von Schule, jeden Schüler bestmöglich in seiner individuellen Entwicklung zu unterstützen, kann daher mit Hilfe des Drehtürmodells etwas nähergekommen werden.

Symbolrätsel

Hinter jedem Symbol versteckt sich eine Ziffer.

Findest du die entsprechenden Zahlen so heraus, dass sich mathematisch exakte Rechnungen ergeben?

Begründe, dass es nur eine einzige Lösung für dieses Rätsel gibt.

$$\begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array} + \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array} = \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \div \\ | \\ \text{O} \end{array} + \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \end{array} - \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array} = \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \end{array} + \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array} = \begin{array}{c} \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \\ | \quad | \quad | \\ \text{O} \quad \text{O} \quad \text{O} \end{array}$$

Alles ist Zahl

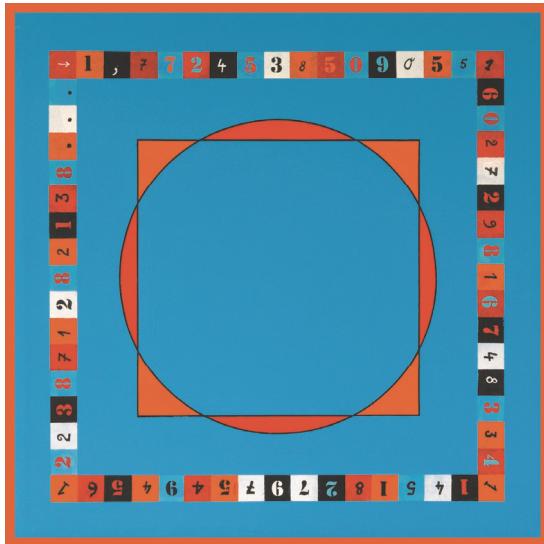
Der Schweizer Künstler Eugen Jost hat in seinen Bildern eine Menge Mathematik „versteckt“.

Such dir eines der Bilder heraus, welches dich besonders anspricht und gehe auf mathematische Entdeckungstour!

Wo erkennst du Mathematik?

Gibt es einen Zusammenhang zwischen den verschiedenen mathematischen Anspielungen auf deinem Bild?

Schreibe dir auf, was du jemanden erzählen würdest, um ihm dieses Bild vorzustellen.



App-basierter mathematischer Schulrundgang

Erstellt einen mathematischen Schulrundgang mit Hilfe der App MathCityMap!

Die App bietet für einige Städte eine Art „Mathematikrundgang“ an. Schaut euch auf der Internetseite einige dieser Rundgänge an, welche schon von mathematisch interessierten Menschen erstellt wurden.

Idee könnte es nun sein, solch einen Rundgang auch für dein Schulgelände zu erstellen, sodass später Schulklassen mit ihrem Lehrer und vielleicht sogar unter eurer Leitung diesen Rundgang absolvieren können. Der Rundgang soll für die Schülerinnen und Schüler eine Auffrischung des bereits Erlernten sein.

Verschafft euch dazu zuerst einen Überblick über die Plattform und die dort gestellten Aufgaben. Bevor ihr euch an das Erforschen eures Schulgeländes und das Aufgabenentwickeln macht, beachtet folgende Grundsätze:

- Die Aufgaben dürfen nur vor Ort und nicht vom Klassenzimmer aus lösbar sein.
- Tipps zu einer Aufgabe müssen wohl überlegt sein, damit sie zwar helfen, aber auch nicht zu viel vorwegnehmen.

Wichtig: Behaltet den Lehrplan und das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler im Blick, für die der Rundgang sein soll!

Literaturverzeichnis

- Bardy, Peter (2013): Mathematisch begabte Grundschulkinder. Diagnostik und Förderung. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primar- und Sekundarstufe I + II).
- Barzel, Bärbel; Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2018): Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen.
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Hg.) (o. J.): Leitprinzip: Individuelle Förderung statt Einheitsschule. <https://www.km.bayern.de/elternmeldung/176/leitprinzip-individuelle-foerderung-statt-einheitsschule.html>.
- Greiten, Silvia (Hg.) (2016a): Das Drehtürmodell in der schulischen Begabtenförderung. Studienergebnisse und Praxisinblicke aus Nordrhein-Westfalen. *Karg Hefte: Beiträge zur Begabtenförderung und Begabungsforschung* (09). Frankfurt: Karg-Stiftung.
- Greiten, Silvia (2016b): School Developments through the "Revolving Door Model" in Germany. A qualitative Empirical Study analyzing Selection Criteria and School Support Programs for Gifted Young Students in Germany. *JEHD* 5 (4), 24–35. DOI: 10.15640/jehd.v5n4a3.
- Heller, Kurt A. (2000): Hochbegabungsdiagnose (Identifikation). In: Kurt A. Heller und Markus Dresel (Hg.): Begabungsdiagnostik in der Schul- und Erziehungsberatung. Bern: Huber, 241–258.
- Käpnick, Friedhelm (1998): Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Frankfurt am Main: Lang (Greifswalder Studien zur Erziehungswissenschaft, 5).
- Leuders, Timo; Prediger, Susanne (2016): Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen (Sekundarstufe I + II).
- Löh, Clara; Krauss, Stefan; Kilbertus, Niki (Hg.) (2016): *Quod erat knobelandum. Themen, Aufgaben und Lösungen des Schülerzirkels Mathematik der Universität Regensburg*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Renzulli, Joseph S.; Reis, Sally M.; Stedtnitz, Ulrike (2001): Das schulische Enrichment Modell SEM. Arau: Sauerländer.
- Ulm, Volker (2009): Auch Begabte brauchen Förderung – Ansätze für das Fach Mathematik. Schriftenreihe zum Kolloquium Mathematik-Didaktik. Universität Eichstätt, 100/1–100/11.
- Ulm, Volker; Zehnder, Moritz (2020): Mathematische Begabung in der Sekundarstufe. Modellierung, Diagnostik, Förderung. Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
- Weigand, Gabriele; Hackl, Armin; Müller-Oppliger, Victor; Schmid, Günter (2014): Personorientierte Begabungsförderung. Eine Einführung in Theorie und Praxis. Weinheim: Beltz. http://content-select.com/index.php?id=bib_view&ean=9783407293718.

G Koncepty k podpoře matematického nadání

1 Úvod

V této kapitole představíme možnosti podpory matematicky nadaných žákyň a žáků na sekundárním stupni vzdělávání.

Vyjdeme přitom ze široce pojatého pojmu nadání a chápání matematického nadání podle kapitoly E a z konceptů identifikace matematicky nadaných dětí a mladistvých z kapitoly F se školní diagnostikou jako východiskem. Blíže se přitom seznámíme s modelem otáčivých dveří jako konceptem podpory a zprávou o praktických zkušenostech doložíme realizaci speciální formy modelu otáčivých dveří na dvou bavorských gymnáziích.

Abychom obsahově pochopili, na co se zaměřuje podpora nadaných žáků ve výuce matematiky, byl v kapitole E vyjasněn pojem matematického nadání. Tato definice s úzkou vazbou pojmu matematické nadání na kompetenční pojem standardů vzdělávání a osnov zdůrazňuje úzký vztah mezi podporou nadaných žáků a výukou matematiky. Podpora nadaných žáků znamená, že se v běžných úlohách

v hodinách matematiky bude věnovat pozornost rozvoji matematických kompetencí, a řadí se tak do běžných úkolů vyučování matematiky.

2 Možnosti podpory

Výuka matematiky je stejná pro všechny žáky. I v rámci strukturovaného školního systému se však ve třídách nacházejí žáci s velmi rozdílným výkonnostním potenciálem a nadáním. To platí mimo jiné i pro obor matematiky. Výuka matematiky by měla směřovat k tomu, aby všichni žáci co možná nejlépe rozvinuli svůj potenciál ve vztahu k matematice. Zde se tedy naskýtá otázka, jak dosáhnout takových cílů ve vyučovací praxi s ohledem na diverzitu žákyň a žáků. Jednou z takových cest jsou diverzifikační opatření. Už filozof Johann Friedrich Herbart (1776–1841) na toto téma poznamenal:

„Největší překážkou veškerého školního vzdělávání je rozdílnost hlav. Hlavní chybou všech školských zákonů je, že na to nedbají.“

Stejně jako všichni ostatní žáci navštěvují i nadaní žáci přibližně čtyři vyučovací hodiny matematiky týdně (Bavorsko). Tento čas je třeba optimálně využít. Podpora nad rámec výuky probíhá v ideálním případě jednou týdně a trvá například hodinu a půl, což speciálně v případě matematiky odpovídá polovině času, který žáci stráví ve vyučování. Nabídka podpory matematického nadání mimo běžnou dobu vyučování je žádoucí a nezbytná, avšak s ohledem na cílovou skupinu tj. žáky a vynaložený čas jsou tato opatření přeci jen pouhým doplňkem vedle běžné výuky matematiky, která má pro podporu matematického nadání žáků mnohem větší význam. V tomto smyslu by měl následující text poskytnout přehled o různých možnostech, jak pohlížet na běžnou výuku matematiky jako na zásadní místo, kde poskytnout nadaným žákům podporu, a jak ji odpovídajícím způsobem uspořádat.

Vnitřní diferenciace

Zásadním prvkem školní podpory nadaných jedinců je vnitřní diferenciace v rámci jednotlivých vyučovacích hodin. K ní jsou zapotřebí běžně realizovatelné strategie, které částečnou a pravidelnou diferencovanou práci ve výuce umožní. Otevřené, vnitřně diferencované formy vyučování umožní všem žákům zabývat se matematikou na své úrovni schopnosti, což může dále vést k vyučování na míru pro všechny.

Na základě individuálního pracovního tempa a tempa učení se tak mohou úlohy zadávat diferencovaně, žáci mohou dostávat určitá vodítka dle potřeby, aby se při vypracování úlohy mohli svobodně rozhodovat, nebo je možné používat otevřené otázky umožňující různou hloubku zpracování. Množství takových metodických konceptů pro otevřenou výuku vypracovali například Barzel a kol. (2018) či Leuders a Prediger (2016).

Úlohy, které umožňují výuku základních matematických pojmu méně zdatných žáků a současně nabízejí výzvy pro nadané jedince, musí být otevřené. Znamená to, že by měly vytvářet matematicky řešitelné situace, které umožňují různé možnosti zpracování a aktivity na různých úrovních. Kromě toho musí být takové úlohy atraktivní a snadno dostupné pro všechny žáky, aby i ti méně výkonní nalezli svůj přístup a zažili pocit úspěchu. Počáteční obtížnost by tedy neměla být příliš vysoká. Současně se musí ti výkonnější zabývat matematikou na základě svých schopností. Otevřené úlohy by měly lákat k prozkoumání všechny žáky a měly by jim poskytnout impulzy pro matematické myšlení (viz Ulm 2009, 100/6).

Ulm a Zehnder (2020) dodávají k otevřeným úlohám na podporu nadaných žáků, že by měly vykazovat jistou rozmanitost a hloubku. Matematická rozmanitost je zaručena, pokud matematický obsah, kterým se úloha zabývá, vykazuje určitý stupeň komplexnosti, který žákyním a žákům umožní zabývat se nějakou dobu daným tématem. Výraz hloubka úlohy znamená, že úloha přináší dostatečné výzvy i nadaným žákům a umožňuje jim dále rozvíjet své matematické kompetence.

Nad rámec běžného vyučování existuje široká doplňková nabídka na podporu nadaných žákyň a žáků. Často se dělí do dvou kategorií opatření: *akcelerace* a *enrichment*.

Enrichment (obohacení)

Kategorie *obohacení* je charakterizována nebo se vyznačuje zavedením podpůrných aktivit, při nichž se žáci zabývají kurikulem (vzdělávacím obsahem), které je nad rámec doporučeného kurikula v jejich aktuálním studijním ročníku. Mohou přitom zpracovávat doplňková téma (*horizontální obohacení*) nebo prohlubovat téma osnov (*vertikální obohacení*). Nabídka obohacení se

může organizovat zcela odděleně od běžné výuky, například formou

- soutěží,
- nepovinné výuky,
- kroužků,
- doplňkových kurzů,
- prázdninových táborů,
- školních akademií,
- předčasného zahájení vysokoškolského studia.

Nabídka *obohacení* však může rovněž vycházet z běžné výuky. Na základě doplňkových materiálů například mohou nadaní žáci pojmy, které se ve vyučování prezentují názorně a které jsou didakticky redukovány, odhalovat s větší matematickou přesností. Tematicky by se nabízely například pojmy funkce, limity nebo vektoru. Kromě toho existují ve vyučování situace, u nichž se z pedagogicko-didaktických důvodů přesnost dokazování nebo jeho rozsahu snižuje (např. algebraická pravidla pro výpočty derivací, odvozování sinusové funkce, odvozování vzorce plochy a vzorců pro objem). Zde mohou nadaní žáci obdržet nové impulsy a důkazy či odvozování ve výuce zpřesňovat nebo doplňovat.

Při procvičování nebo volné práci či při suplování nebo volných hodinách se mohou zájemci a nadaní žáci zabývat impulsy zaměřenými na *obohacení* a také mohou své znalosti aktivně prohlubovat i doma. Obsahové podněty pro možná téma lze nalézt v odborné literatuře, ve starších učebnicích nebo na stránkách matematických soutěží.

Další prohlubující podněty pro obohacování ve výuce matematicky či ve spojení s ní poskytuje například Ulm a Zehnder (2020).

Akcelerace

Mezi další doplňkovou nabídku na podporu nadaných žáků patří *Akcelerace*. Akcelerace (lat. *acceleratio* = zrychlení) představuje

opatření, která s sebou nesou zkrácení doby, kdy se žák zabývá určitým tématem, nebo doby pobytu ve škole, tedy zrychlení procesu výuky. Příkladem takových opatření je dřívější nástup žáků do školy, přeskočení některých ročníků nebo učení se určitému předmětu ve vyšším ročníku.

Grouping (seskupování)

Zvláštní pozici mezi podpůrnými opatřeními má *seskupování*, určitá forma segregace. Příkladem této formy podpory je zřizování speciálních tříd nebo škol pro mimořádně nadané děti a mládež.

3 Model otáčivých dveří v Německu

Název *model otáčivých dveří* je odvozen z anglického termínu *Revolving Door Model*, který vytvořil americký vědec zabývající se problematikou nadání Joseph R. Renzulli. Označuje možnost žáka opustit běžné vyučování, zabývat se paralelně s výukou dalšími tématy a pak se opět vrátit zpět. Jedná se tedy o organizační formu pro diferenciaci během běžné doby výuky.

Model otáčivých dveří se může využívat jak pro *akceleraci*, tak také pro *obohacení* a existuje zde velmi mnoho možností jeho realizace. Pokud je model otáčivých dveří nabídnut například pro situaci předčasného zahájení vysokoškolského studia, k bilingvní výuce nebo k částečné účasti ve vyučování ve vyšších ročnících, pak hranice mezi *akcelerací* a *obohacením* splývají. Jenak se tak obohacuje běžná nabídka výuky určená studijním plánem, jednak se zkracuje čas, po který se žákyně a žáci zabývají běžným výukovým obsahem. V příkladu, popsaném na konci této kapitoly, například připadala na žáky jedna pravidelná hodina matematiky na týden (*akcelerace*). Během této doby se

mohli zabývat doplňkovým obsahem (*obohacení*).

Model otáčivých dveří, jak se realizuje v Německu, vychází, jak již bylo řečeno výše, z modelu *Triad Enrichment Model*, později také metaforicky nazývaného *Revolving Door Model*, který vytvořil Joseph R. Renzulli (viz Renzulli a kol. 2001). Jeho základním principem je, že nadané žákyně a žáci opouštějí běžnou výuku a na jiném místě se zabývají jinými tématy (viz Greiten 2016b, s. 32). Při zavádění tohoto konceptu v Německu vznikl v rámci profesního rozvoje škol, v souladu se stanovenými cíli příslušné školy, individuální, rozdílně specifikovaný model otáčivých dveří. O širokém pojetí stávajících realizací modelu otáčivých dveří na nejrůznějších typech škol v Německu podává přehled Greiten (2016a). Tato publikace poskytuje souhrn modelů otáčivých dveří realizovaných na jednotlivých školách, navrhuje vytvoření typu na základě dotazníků, zabývá se procesy rozvoje škol a ke slovu se formou zpráv o zkušenostech dostávají také zúčastnění žáci a vyučující.

4 Možnosti modelu otáčivých dveří v Německu

Škola musí na základě principu podpory nadaných dětí, zaměřené na jednotlivce podle Weiganda a kol. (2014), umožnit svých žákyním a žákům vzdělávání, které odpovídá jejich individuálnímu potenciálu. V tomto smyslu se na internetových stránkách Bavorského státního ministerstva školství (Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus) vyjádřil rovněž bývalý ministr školství Dr. Ludwig Spaenle:

Podpora každého jednotlivého žáka je odpověď na stoupající heterogenitu oblasti školství vzhledem k výchozím

znalostem, původu a účasti na vzdělávání. Ve středu zájmu jsou přitom mladí lidé s celou svojí individualitou – a nikoli princip jednotné školy pro všechny. [...] Pro každého totéž není řešením pro budoucnost žáků 21. století. (Bavorské státní ministerstvo školství, bez uvedení data)

Prosazení takto podporovaného, diferencovaného vyučování ve třídě není vždy snadné a může vést mimo jiné k přetěžování učitelů. Model otáčivých dveří zde může být velice užitečný. Využitím nových prostor, a tím vzniklých změn a rozšíření místa pro vzdělávání by se mohli učitelům uvolnit ruce.

Změny, které jsou u tohoto modelu nutné například ve formě prodloužení pracovní doby učitelů, kteří musí provádět dozor nad žáky, vést je a poskytovat jim pomoc, se musí zohlednit v rámci organizace školy. Zejména zpočátku vyžaduje takové opatření doprovod a instruktáž dětí, které s touto metodou ještě nemají zkušenosti. Je třeba se naučit strategii práce s otevřenými formáty úloh, větší volnosti při zpracování, komplexnějšími a obtížnějšími úlohami a vyhledáváním informací. Od školy se zde požaduje, aby v oblasti podpory nadání využila v souladu se svými cíli dostupné personální zdroje.

Kromě toho si lze představit, že se s nadanými žákyněmi a žáky dojedná průběh, místo a zadání úloh pro model otáčivých dveří, a ti si pak s velkou mírou samostatnosti a vlastní odpovědnosti, i bez neustálé přítomnosti vyučujícího budou rozšiřovat a prohlubovat své odborné kompetence a zájmy.

5 Zpráva o zkušenostech s podpůrným projektem zaměřeným na matematiku a modelem otáčivých dveří

Univerzita Bayreuth připravila v průběhu prvního pololetí školního ročníku 2018/19 ve spolupráci se dvěma gymnázii podpůrný program pro matematicky nadané a zainteresované žákyně a žáky. V rámci tohoto projektu mohli žáci a žákyně opustit jednu hodinu výuky matematiky za týden, aby se ve smyslu *obohacení* během této doby zabývali rozšiřujícími matematickými tématy.

Na tuto dobu jim školy poskytly volnou počítáčovou učebnu, třídu resp. školní knihovnu. O žáky resp. mladistvé se během této doby staral pracovník univerzity, jehož úkolem bylo poskytovat pomoc a radu a poskytovat jim připravená matematická téma tak, aby se žákyně a žáci mohli zabývat zadanými tématy i tématy, která si sami vybrali.

Výběr dětí resp. mladistvých přitom vycházel – jak bylo uvedeno v kapitole F – z velmi otevřeného procesu, který v podstatě umožnil účast v projektu všem žákyním a žákům tak, aby případně nedošlo k vyloučení žákyně a žáků, jejichž nadání ještě nebylo rozpoznáno. Na začátku projektu proběhly na toto téma rozhovory s vedením školy a zúčastněnými učiteli. Probraly se zde mj. typické znaky mimořádně nadaných žákyně a žáků, jako jsou například výkony, kreativita, originální příspěvky k výuce, neotřelá řešení, zájem a fenomén rozvoje procesu nadání (viz kapitola E).

Na základě širokého chápání nadání probíhala nominace podobně jako u Käpnicka (1998). Učitelé navrhli vhodné adepty pro projekt. Už tyto úvahy vyučujících

představují první hrubou diagnostiku, a jsou tak prvním stupněm při plánování vyučování podporujícího nadané žáky. Následně zúčastnění učitelé představili projekt ve třídách. Poté bylo možné na základě *strategie postupné identifikace na podporu mimořádně nadaných žákyně/žáků, resp. studentek/studentů gymnázíí* vytvořené Hellerem (2000) nominovat žáky nebo navrhovat vhodné spolužáky (viz Heller 2000, s. 251–253). Je třeba zmínit, že nominace žáků byly téměř identické s nominacemi učitelů. Účastníci měli právo projekt kdykoli opět opustit. Zábrany ze strany žáků proto nebyly příliš velké.

Rodiče příslušných žákyně a žáků nakonec obdrželi dopis (viz obr. 1), ve kterém byli informováni o projektu a záměru jejich dítěte se zúčastnit. Ve zde popisovaném případě všichni rodiče s účastní svého dítěte souhlasili.

Projektu se nakonec v červnu roku 2018 zúčastnilo celkem 18 žáků ze sedmi tříd 6., 8., 9. a 10. ročníku, z toho sedm dívek a jedenáct chlapců. Dvě žákyně se zúčastnily teprve po osobní výzvě učitele, u ostatních účastníků se sebenominace shodovala s nominací učitele. Na konci projektu jeho podporu aktivně využívalo ještě 14 žákyně a žáků. Dvě žákyně se po dvouměsíční testovací fázi projektu (v červnu a v červenci 2018) v následujícím ročníku 2018/19 kvůli svému rozvrhu hodin nemohly dále účastnit, dvě další žákyně ukončily účast v projektu předčasně z osobního rozhodnutí.

Účastníci uzavřeli smlouvu mezi učiteli a žáky (viz obr. 2), která stanovuje práva a povinnosti všech smluvních partnerů. Patřilo sem například, že se svolením vyučujícího mohli jedno pololetí opouštět pevně vybranou vyučovací hodinu, možnost okamžitého ukončení účasti v projektu, vypracovávání domácích úkolů či dopracování nové látky z vyučovacích hodin, kterých se neúčastnili kvůli práci v projektu.

Nabídka na podporu zainteresovaných a nadaných žáků v oboru matematika

Vážení rodiče a zákonné zástupci,

vyučování by se mělo uskutečňovat v souladu s individuálními potřebami žáků a odpovídajícím způsobem podpořit jejich potenciál. Aby bylo možné toho dosáhnout, je mimo jiné nutné přiměřeným způsobem podpořit potenciální výkonné, nadané a zainteresované žáky.

Katedra matematiky a didaktiky na univerzitě v Bayreuthu se proto zabývá podporou matematicky mimořádně nadaných žáků.

V rámci tohoto tématu můžeme Vašemu dítěti nabídnout na první pololetí školního roku 2018/2019 tak zvaný *model otáčivých dveří*, jehož fungování stručně vysvětlíme na dalších řádcích.

Záměr

Vaše dítě má nabídku neúčastnit se některých hodin matematiky vyhrazených učiteli matematiky, aby se společně s dalšími žáky z různých tříd a ročníků, kteří tuto možnost rovněž přijali, nebo i samo věnovalo rozšiřujícím matematickým tématům.

Může se to týkat jedné vyučovací hodiny matematiky týdně a podle vybraného tématu trvat několik týdnů. Žáci obdrží návrhy témat, která vycházejí z běžných osnov a v žádném případě nepředjímají obsah budoucích osnov. Žáci však mohou přijít s vlastními návrhy na větší projektové téma.

Kromě toho je možné dohodnout s konkrétním učitelem matematiky příslušné třídy individuální posouzení práce Vašeho dítěte. Nabízí se zde různé možnosti, například prezentace před třídou s verbálním ohodnocením nebo bez něj nebo odpadnutí nutnosti prokazovat znalosti z běžného vyučování nebo bez něj. Možná by byla také prezentace v rámci dne otevřených dveří či příspěvek v roční zprávě nebo školním časopisu.

Jako kontaktní osoby jsou k dispozici pan Köcher z univerzity Bayreuth a učitel matematiky Vašeho dítěte. Projektové hodiny povede pan Köcher.

Vaše dítě se tím však zaváže, že bude i nadále vypracovávat domácí úlohy z běžné výuky matematiky a případně si do sešitu dodělá zápis k nové tematické oblasti.

Cíle

Projekt je velmi zajímavý jak pro výuku na gymnáziích, tak také pro výzkum v oblasti didaktiky matematiky. Mělo by se při něm zjišťovat, do jaké míry je možné podporovat matematicky nadané a zaujaté žáky formou modelu otáčivých dveří. Velice pozitivní zkušenosti již přicházejí z jiných spolkových zemí.

Součástí jsou rozhovory se zúčastněnými žáky a učiteli a případně i se zainteresovanými rodiči. Vašemu dítěti by se při něm kladly otázky týkající se dané nabídky, a mohlo by vyjádřit své vlastní zkušenosti z tohoto projektu. Až přijde čas, obdržíte další pokyny se žádostí o zaslání prohlášení o souhlasu.

Přísné důvěrné zacházení s osobními údaji

Dotazování probíhá v pseudonymní formě. Shromažďované údaje se považují za přísně důvěrné a používají se pouze k zodpovězení výše uvedených vědeckých otázek v rámci šetření.

Po vyhodnocení plánujeme zveřejnění výsledků, aniž by přitom bylo možné identifikovat zúčastněné osoby. Poté budou sebraná data, tzn. přepisy rozhovorů, zničeny.

Pokud se bude ve vědecké publikaci odkazovat na výsledky Vašeho dítěte, stane se tak formou, která neumožní identifikaci Vašeho dítěte.

Účast

Účast na této nabídce podpory pro nadané je dobrovolná. Ze strany žáků, učitelů a rodičů je možné ji kdykoli ukončit, a to i bez uvedení důvodů.

Pokud s účastní svého dítěte v projektu souhlasíte, mělo by Vaše dítě odevzdat podepsané přiložené prohlášení o souhlasu svému učiteli matematiky.

Chtěli bychom Vám na tomto místě výslově poděkovat za podporu projektu a za Vaši důvěru. Výrazně nám tak pomůžete při zlepšování školního prostředí a při individuální podpoře Vašeho dítěte zcela v souladu s jeho zájmy a nadáním.

S díky a srdečnými pozdravy

Prohlášení o souhlasu

Informační dopis univerzity Bayreuth k provádění projektu na podporu matematicky zainteresovaných a nadaných žáků („model otáčivých dveří“) jsem / jsme vzali na vědomí.

Prohlašuji / prohlašujeme, že souhlasím / souhlasíme s účastí svého dítěte v tomto projektu.

Příjmení, jméno (dítě):

Třída:

Příjmení, jméno (zákonny zástupce):

Datum:

Podpis (zákonny zástupce):

Upozornění

Účast na šetření v rámci projektu (především rozhovory se žáky) je dobrovolná. V případě neúčasti nebude docházet k žádnému znevýhodnění. Již udělený souhlas lze kdykoli odvolut, a to bez udání důvodů. Lze to provést neformálně, písemně poštou, faxem nebo e-mailem. Kontaktní informace:

Tom Köcher
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universität Bayreuth
Universitätsstraße 30
95447 Bayreuth
Fax: (0921) 55 21 61
E-mail: tom.koecher@uni-bayreuth.de

Obr. 1: Dopis s informacemi pro rodiče

Dohoda o modelu otáčivých dveří v předmětu matematika

ve školním roce xxx

1. Žákyně/žák xxx obdrží po dohodě s příslušným vyučujícím povolení opustit hodinu matematiky dne xxx v x. hodině týdně. Učitel může jednotlivé termíny odmítnout.
2. během této hodiny se smí žákyně/ žák zabývat podle svých zájmů rozšiřujícím matematickým projektem nad rámec osnov, který schvaluje kompetentní vyučující.
3. Žák se zavazuje, že samostatně dožene obsah zameškané výuky, případně si doplní záznamy do sešitu (opisování cvičných úloh není nutné), a dále že vypracuje domácí úkoly.
4. Žákyně/žák se bude se svou učitelkou/učitelem matematiky setkávat vždy po x týdnech, aby diskutovali o pokroku v rámci projektu.
5. Žákyně/žák si povede sešít sdělení/přehledný list/, ve kterém budou uvedeny projektové hodiny a pokroky, a který bude pravidelně předkládán učiteli na základě individuální dohody.
6. Na konci pololetí (*nebo jiného období*) bude žákyně/žák třídě (*nebo jinému publiku*) prezentovat v přibližně x minutové stručné přednášce, jaké projekty/obsahy zpracovává a jaká řešení nalezl/a.
7. Odstoupení od této dohody může vedení školy, učitel, zákonný zástupce a/nebo žákyně/žák provést kdykoli, bez důsledků a bez uvedení důvodu.

XXX, dne _____

Žákyně/žák

Vyučující

Zákonný zástupce

Vedení školy

Obr. 2: Smlouva mezi učitelem a žákem

Jednotlivé body smlouvy mezi učitelem a žákem z obr. 2 nyní vysvětlíme podrobněji, abychom ukázali, jak může být taková organizace úspěšná, a jaké další varianty pro přizpůsobení podobného projektu na specifika určité školy existují.

Pro bod jedna na obr. 2 byla v konkrétním případě zvolena jedna vyučovací hodina týdně, během které mělo co nejvíce třídy paralelně hodinu matematiky. Projektu se tak mohlo účastnit co nejvíce zájemců.

V tomto bodě by však byla představitelná i zcela individuální dohoda mezi vyučujícím a žákyněmi resp. žáky tak, aby každý vyučující mohl dětem a mládeži poměrně spontánně – např. v hodinách věnovaných procvičování – nabídnout, aby opustili třídu a věnovali se rozšiřujícímu projektu v rámci modelu otáčivých dveří. Podle zralosti žákyň a žáků je samozřejmě třeba rozhodnout, zda jsou schopní se jasným zadáním zabývat na jiném místě Než se běžně učí. V době provozu školní knihovny by případně mohl zdejší

dohledet také na žáky v režimu modelu otáčivých dveří. Další alternativou by bylo, že by vyučující matematiky získali na takový projekt určitý rozpočet hodin tak, aby mohli v určitou dobu v týdnu dohlížet na žáky a v případě potřeby jim mohli poskytnout také odbornou podporu.

Ke druhému body smlouvy mezi učitelem a žákem jsou na konci této kapitoly G představeny tři příklady tematických listů, které lze použít pro horizontální nebo vertikální *obohacení*. Kromě toho však v daném případě navrhovali téma pro tematické nebo pracovní listy samotní žáci.

Mnoho témat zpracovávaných v rámci projektu umožnilo zpracování na různých úrovních, a tím také i v různých ročnících. Žákyně a žáci si tak mohli sami zvolit, cím se chtějí zabývat. Podle typu tématu vznikaly krátké projekty na jednu až dvě hodiny – jako například algebrogramy, matematické triky s kartami, hrací teorie – nebo i větší časové intervaly, ve kterých se žáci zabývali tématy jako komplexní čísla, posloupnosti a řady, teorie čísel, matematika a umění nebo číselné soustavy. Pro projekt samotný byly připraveny vlastní úlohy, nezapomnělo se však ani na spoustu již existujících podpůrných materiálů.

Tři ukázkové úlohy představené na konci této kapitoly G přinesly následující zkušenosti: Právě algebrogramy bavily žákyně i žáky ze všech ročníků. Matematiku a umění si často vybíraly dívky. Téma MathCityMap si v tomto pololetním projektu nevybrali žádní žáci, přesto však nabízí velký potenciál pro trvalou a širokou práci s matematikou.

Žákyně a žáci samotní například navrhli a zpracovali téma jako komplexní čísla, Taylorova řada, kryptografie nebo zkoumání strategií vedoucích k vítězství u různých stolních a strategických her.

Další možná téma vycházející z osnov, která však nepředjímají žádné kurikulum a podněcují ke zkoumání a odhalování by byla například:

- proniknutí do čtvrté dimenze – hyperkostka
- Mandelbrotova množina
- ozubená kolečka ve výuce matematiky
- Diofantické rovnice s kmenovými zlomky
- ztráta jednoho rozměru – centrální perspektiva
- ...

K podpoře matematicky nadaných a zainteresovaných žákyň a žáků existuje řada sbírek úloh nad rámec osnov, které jsou však využitelné při výuce matematiky, knih vydaných právě za tímto účelem, tematických stránek v učebnicích a na internetu. Příkladem může být kniha *Quod erat knobelandum*, kterou na univerzitě v Řezně vytvořil Löh a kol. (2016), sbírka úloh univerzity Siegen vydaná v rámci „kurzu pro nadané žáky a žáky zajímající se o matematiku“ na <https://www.uni-siegen.de/fb6/fb6/schueler/begabte.html> a internetové stránky Lehrer-Online s materiály na *Begabte fördern (Podpora nadaných)*: *matematika* na <https://www.lehrer-online.de/fokusthemen/dossier/do/begabt-e-foerdern-mathematik/>.

V bodě tří smlouvy mezi učitelem a žákem se stanoví, jaké povinnosti musí dále splnit účastníci. V konkrétním případě bylo sjednáno, je nutné vždy vypracovat domácí úlohy, i když žák nebyl v příslušné vyučovací hodině kvůli modelu otáčivých dveří přítomen. Rovněž je třeba doplnit si záznamy v sešitu z běžné výuky. Pokud se však nevysvětlovalo žádné nové téma, pak není třeba opisovat úlohy k procvičení.

Vyučující uvádějí, že u žákyň a žáků nekonstatovaly žádné problémy při dalším sledování dění v běžné výuce. Navíc,

vzhledem k dlouhodobému plánování školních aktivit s předstihem, nebylo ze strany učitelů zaznamenáno výraznější narušení, při plánovaní jejich další výuky..

Bod čtyři popisoval zabezpečení trvalé péče díky trvalé péci vědeckého pracovníka univerzity Bayreuth. V případě interní školní realizace projektu je zde třeba odsouhlasit, podle toho, zda bude o žákyně a žáky pečovat vyučující, do jaké míry bude nutné dokumentovat a prokazovat pokrok.

V bodech pět a šest na seznamu by se měla žákyním a žákům poskytnout možnost výběru. To, v jaké formě se budou jejich výsledky dokumentovat a prezentovat, a jakým způsobem proběhne jejich posouzení, lze individuálně projednat s účastníky projektu. Je možné si představit například stručný referát ve třídě, plakát na školní budovu či do třídy nebo vyhotovení „portfolia“. U všech těchto verzí existuje také možnost provádět vyhodnocení po dohodě se všemi zúčastněnými. Toto známkování pak může například nahradit jiné ověření vědomostí nebo ho..

Prospěšným se ukázal poslední bod ve smlouvě mezi učitelem a žákem, protože ten dokázal snížit zábrany žákyň a žáků zúčastnit se tohoto nového projektu. Podle výpovědí žáků, během závěrečných rozhovorů, se někteří z nich zúčastnili ze zvědavosti a ze zájmu, protože v nejhorším případě by mohli kdykoli přestat, kdyby se jim projekt nelíbil, nebo by chtěli svou účast ukončit z jiných důvodů. Jak již bylo zmíněno výše, využily tuto možnost pouze dvě dívky a po třech týdnech svou účast v projektu ukončily, protože se podle vlastního tvrzení necítily dobře, když zameškávaly běžnou výuku.

Během podpůrných hodin byla účastníkům vyhrazena volba sociální formy práce v projektu, díky čemuž vznikaly skupinové i individuální práce. Díky kooperativní výukové formě práce propojující jednotlivé

třídy i ročníky shromáždili žáci a žákyně zkušenosti, které požaduje Bardy (2013): „Konstruktivní zkušenosti u žáků spočívají v podnětném, objektivním zkoumání světa, které je brání proti strádání, ale také v uvědomění, že nejsou sami a že ostatní myslí, mluví a cítí se podobně.“ (Bardy 2013, s. 112).

K dosavadním výsledkům z vyhodnocení projektu lze konstatovat následující: Na základě předcházející pilotní fáze v délce dvou měsíců, která proběhla ve druhém pololetí školního roku 2017/2018 došlo k zaměření pozornosti na tři kategorie: organizaci, emoce a motivaci. S pomocí řízených rozhovorů a pozorování účastníků bylo zamýšleno zjistit, jak může takový projekt na bavorských gymnáziích fungovat za různých podmínek, dokonce i ve školách, bez spolupráce s univerzitou.

Žákyně a žáci se po ukončení pilotní fáze vyjádřili, že v průběhu projektu a při výuce matematicky pocítili velkou radost. Uváděli však také, že se v běžných hodinách matematiky před zahájením pilotní fáze projektu často nudili. Z těchto důvodů bude vědecká studie zkoumat působení na emoce radosti a nudy při účasti delší než půl roku. Dále byli účastníci dotazování na jejich motivaci a motivační faktory na základě teorie autodeterminace podle Deciho a Ryana (zkušenosti s kompetencí, autonomií a sociální integrací).

První všeobecné výsledky mají již výzkumníci k dispozici. Jednak si žáci nezhoršili klasifikaci, ani nepovažovali projekt a s ním spojenou nutnost samostatného dodělávání úkolů z vyučování za velkou dodatečnou zátěž. Tento dojem posiluje pozitivní zpětná vazba během projektu i radost, se kterou se účastníci zabývali jednotlivými tématy.

Kromě toho pravidelná účast na rozšiřující výuce naznačuje, že nominace žáků na účast na projektu byly učiteli promyšlené. Z toho

lze usuzovat, že v našem konkrétním případu, učitelky a učitelé dokázali své třídy dobře odhadnout a umí rozpoznat zainteresované a nadané žákyně a žáky.

Žákyně i žáci se kromě toho kladně vyjadřovali ke skutečnosti, že nabídka podpory bylo možné čerpat během vyučovací doby a nezasahovala do jejich volného času.

Přesné závěry k jednotlivým tématům přinese analýza rozhovorů formou kvalitativní analýzy obsahu a zohlednění poznatků z pozorování.

Na závěr lze ze zkušeností a vyjádřené pozitivní zpětné vazby vyvzakovat, že nabídka

ze strany univerzity Bayreuth byla žáky i školami přijata velice dobře. S ohledem na svobodu ve vzdělávání a na příležitost sledovat vlastní zájmy a objevovat nové věci byl ohlas vcelku kladný. Současně se u žáků nevyskytly žádné negativní doprovodné vedlejší účinky jako zhoršující se známky či přetížení a stres. Znamená to, že přenos odpovědnosti a s ním spojené, do jisté míry samoorganizované učení, může představovat smysluplnou cestu k podpoře četných odborných i mezioborových kompetencí. Můžeme se domnívat, že pomocí modelu je možné se přiblížit cíli školy, který spočívá v maximální možné podpoře individuálního rozvoje každého žáka, se proto lze, pomocí modelu otáčivých dveří, o něco přiblížit.

Algebrogramy

Za každým symbolem se skrývá číslice.

Najděte správná čísla tak, aby vznikly matematicky přesné výpočty?

Odůvodněte, že má tato hádanka pouze jediné řešení.

$$\begin{array}{ccc} \text{[oval]} & + & \text{[oval]} \\ \text{[black box]} & & \text{[black box]} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ccc} \text{[oval]} & \text{[oval]} & \text{[oval]} \\ \text{[black box]} & & \text{[black box]} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \div \\ \text{[oval]} \\ \times \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \text{[oval]} \\ \times \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \text{[oval]} \\ = \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{[oval]} & \text{[black box]} & \text{[oval]} \\ \text{[black box]} & & \text{[black box]} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{[oval]} & + & \text{[oval]} \\ \text{[black box]} & & \text{[black box]} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ccc} \text{[oval]} & \text{[oval]} & \text{[oval]} \\ \text{[black box]} & & \text{[black box]} \end{array}$$

Vše je číslo

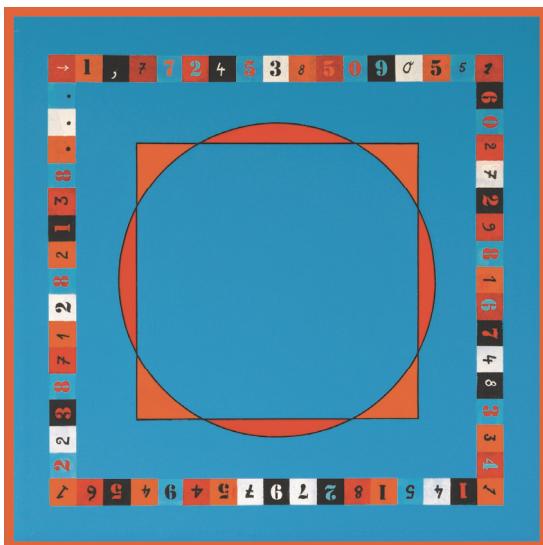
Švýcarský umělec Eugen Jost „schoval“ ve svých dílech spoustu matematiky.

Vyberte si jeden z jeho obrazů, který vás zvlášť osloví, a vydejte na matematickou objevnou cestu!

Kde na obraze najdete matematiku?

Existuje na vašem obraze souvislost mezi různými odkazy na matematiku?

Zapište si, co byste vyprávěli, kdybyste někomu chtěli obraz popsat.



Matematická prohlídka školy formou aplikace

Pomocí aplikace MathCityMap vytvořte matematickou prohlídku školy!

Aplikace nabízí pro některá města něco jako „matematickou prohlídku“. Projděte si na internetových stránkách některé z těchto prohlídek, které již lidé se zájmem o matematiku vytvořili.

Mohli byste nyní vymyslet, jak vytvořit takovou prohlídku také pro areál své školy tak, aby třeba později mohly školní třídy se svým učitelem, a případně pod vaším vedením, tuto prohlídku absolvovat. Prohlídka by měla být pro všechny žákyně a žáky osvězením již naučeného učiva z matematiky.

Utvořte si k tomu nejprve přehled o této platformě a úkolech, které je třeba splnit.

Než se pustíte do prozkoumávání areálu školy a rozvíjení úkolů, nezapomeňte na následující zásady:

- Úkoly musí být řešitelné přímo na místě a nikoli z prostředí třídy.
- Tipy k určitému úkolu musí být dobře promyšlené, aby sice řešitelům pomohly, ale nepředjímaly.

Důležité: Zohledněte vzdělávací programy a výchozí znalosti žákyň a žáků, pro které je prohlídka určena!

Seznam literatury

- Bardy, Peter (2013): Mathematisch begabte Grundschulkinder. Diagnostik und Förderung. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primar- und Sekundarstufe I + II).
- Barzel, Bärbel; Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2018): Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen.
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Hg.) (o. J.): Leitprinzip: Individuelle Förderung statt Einheitsschule. <https://www.km.bayern.de/eltern/meldung/176/leitprinzip-individuelle-foerderung-statt-einheitsschule.html>.
- Greiten, Silvia (Hg.) (2016a): Das Drehtürmodell in der schulischen Begabtenförderung. Studienergebnisse und Praxisinblicke aus Nordrhein-Westfalen. *Karg Hefte: Beiträge zur Begabtenförderung und Begabungsforschung* (09). Frankfurt: Karg-Stiftung.
- Greiten, Silvia (2016b): School Developments through the "Revolving Door Model" in Germany. A qualitative Empirical Study analyzing Selection Criteria and School Support Programs for Gifted Young Students in Germany. *JEHD* 5 (4), 24–35. DOI: 10.15640/jehd.v5n4a3.
- Heller, Kurt A. (2000): Hochbegabungsdiagnose (Identifikation). In: Kurt A. Heller und Markus Dresel (Hg.): Begabungsdiagnostik in der Schul- und Erziehungsberatung. Bern: Huber, 241–258.
- Käpnick, Friedhelm (1998): Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Frankfurt am Main: Lang (Greifswalder Studien zur Erziehungswissenschaft, 5).
- Leuders, Timo; Prediger, Susanne (2016): Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen (Sekundarstufe I + II).
- Löh, Clara; Krauss, Stefan; Kilbertus, Niki (Hg.) (2016): Quod erat knobelandum. Themen, Aufgaben und Lösungen des Schülerzirkels Mathematik der Universität Regensburg. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Renzulli, Joseph S.; Reis, Sally M.; Stedtnitz, Ulrike (2001): Das schulische Enrichment Modell SEM. Aarau: Sauerländer.
- Ulm, Volker (2009): Auch Begabte brauchen Förderung – Ansätze für das Fach Mathematik. Schriftenreihe zum Kolloquium Mathematik-Didaktik. Universität Eichstätt, 100/1–100/11.
- Ulm, Volker; Zehnder, Moritz (2020): Mathematische Begabung in der Sekundarstufe. Modellierung, Diagnostik, Förderung. Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
- Weigand, Gabriele; Hackl, Armin; Müller-Oppliger, Victor; Schmid, Günter (2014): Personorientierte Begabungsförderung. Eine Einführung in Theorie und Praxis. Weinheim: Beltz. http://content-select.com/index.php?id=bib_view&ean=9783407293718.